

# 数学测试题

时量：90分钟

总分：100分

## 一. 选择题 (每小题4分, 共24分)

1. 使得等式  $\sqrt{x^2} = -x$  成立的  $x$  的取值范围是 ( )
- A.  $x < 0$       B.  $x > 0$       C.  $x \leq 0$       D.  $x \geq 0$
2. 圆锥的高为  $2\sqrt{2}$ , 底面圆半径为 1, 则该圆锥的侧面展开所得扇形的圆心角为 ( )
- (A)  $90^\circ$       (B)  $120^\circ$       (C)  $150^\circ$       (D)  $180^\circ$
3. 若  $y = (m^2 - m)x^{m^2 + m}$  是二次函数, 则  $m$  的值为 ( )
- A. 1      B. 2      C. -2      D. -2或1
4. 等腰三角形的两边长分别为 2 和 5, 则它的周长为 ( )
- A. 12      B. 9      C. 7      D. 9或12
5. 若实数  $x, y$  满足:  $2 \leq x + y \leq 6, 0 \leq x - y \leq 4$ , 则  $2x + y$  的最小值是 ( )
- A. 3      B. 2      C. 1      D. 0
6. 有四封不同的信应分别发往不同的地址, 全部发错的方式有 \_\_\_\_\_ 种. ( )
- A. 11      B. 9      C. 8      D. 7

## 二. 填空题 (每小题4分, 共24分)

7. 抛物线  $y = -x^2 - 2x + 3$  的顶点坐标是 \_\_\_\_\_.
8. 用科学记数法表示 31415926 的保留三位有效数字的近似数是 \_\_\_\_\_.
9. 分解因式:  $x^4 - 7x^2 - 144 =$  \_\_\_\_\_.
10. 规定:  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 则  $[-\sqrt{\pi}] =$  \_\_\_\_\_.
11. 小明沿街匀速行走, 发现每隔 6 分钟从背后驶过一辆 18 路公交车, 每隔 3 分钟从迎面驶来一辆 18 路公交车, 假设每辆 18 路公交车行驶速度相同, 而且 18 路公交车总站每隔固定时间发一辆车, 那么发车间隔的时间是 \_\_\_\_\_ 分钟.
12. 若实数  $x, y, z$  满足:  $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-7} + |x-y+z| = 3$ , 则  $(7x+2y-2z)^{2015}$  的个位数字是 \_\_\_\_\_.

## 三. 解答题 (共4小题, 共52分)

- 13 (本题满分8分) 求关于  $x$  的方程  $\frac{2x}{x-1} - \frac{9x-5}{x^2-1} = 1$  的所有解.

联系电话

毕业学校

姓名

线

封

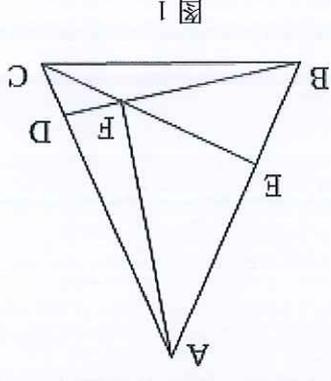
密

14 (本题满分 10 分) 已知  $x_1, x_2$  为方程  $x^2 - x - 3 = 0$  的两根, 求代数式  $(x_1^3 + x_1 + 2)(x_2 + 1)$  的值.

15 (本题满分 10 分) 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 点  $D, E$  分别在边  $AC, AB$  上,  $DA = DB$ ,  $BD$  与  $CE$  相交于点  $F$ ,  $\angle AFD = \angle BEC$ .

(I) 求证:  $AF = CE$

(II) 求证:  $BF^2 = EF \cdot AF$



16 (本题满分 10 分) 如图 2, 长为 2 的线段  $PQ$  在  $x$  轴的正半轴上, 从  $P$ 、 $Q$  分别作  $x$  轴的垂线, 与抛物线  $y = x^2$  交于  $P'$ 、 $Q'$ . 若点  $P$  坐标为  $(k, 0)$ , 当  $k$  为何值时, 直线  $OP'$  把梯形  $P'PQQ'$  的面积二等分.

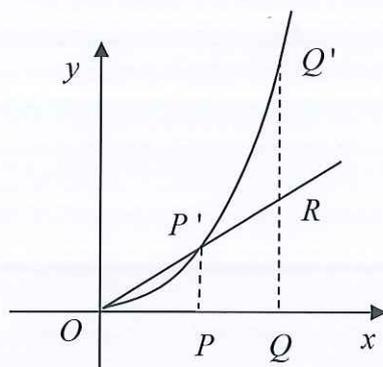


图 2

17 (本题满分 14 分) 设  $BC$  为  $\triangle ABC$  的最长边, 以  $AB$ 、 $AC$  向外作正方形  $ABDE$ 、 $ACFG$ .  
 (I) 作  $AH \perp BC$  交  $BC$  于  $H$ , 延长  $HA$  至  $M$  使得  $AM = BC$  (如图 3), 求证:  $BF \perp MC$ .  
 (II) 设  $BC$  的中点为  $O$ ,  $DF$  的中点为  $N$  (如图 4), 求证:  $ON \perp BC$  且  $ON = \frac{1}{2} BC$ .

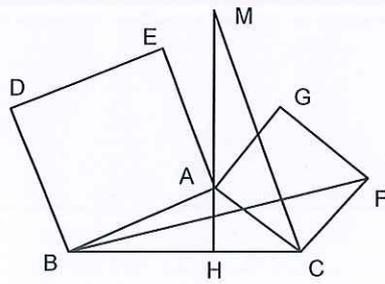


图 3

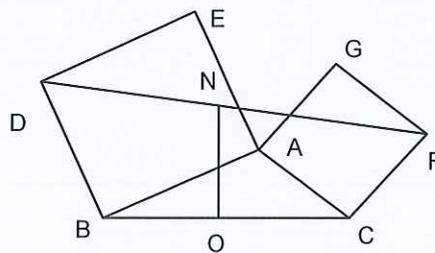
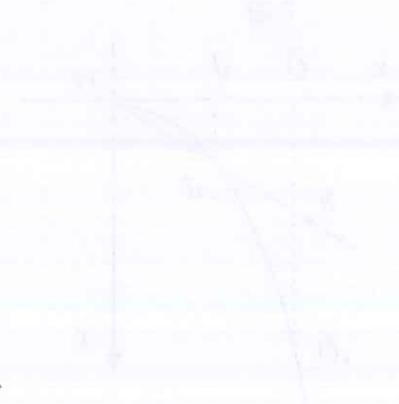


图 4



**参考答案:**

一. 选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	B	C	A	A	B

二. 填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

7.  $(-1, 4)$                       8.  $3.14 \times 10^7$                       9.  $(x-4)(x+4)(x^2+9)$   
 10.  $-2$                               11.  $4$                                       12.  $7$

三. 解答题

13 (8 分) 解: 原方程可化为  $2x(x+1) - (9x-5) = x^2 - 1$ , 即  $x^2 - 7x + 6 = 0$ , 解得  $x = 1$  或  $x = 6$ , 经检验  $x = 1$  不符合条件, 所以  $x = 6$

14 (10 分) 解: 由题意,  $x_1^2 = x_1 + 3$ , 故  $x_1^3 = x_1^2 + 3x_1 = 4x_1 + 3$ , 故  $x_1^3 + x_1 + 2 = 5(x_1 + 1)$

又  $x_1, x_2$  为方程  $x^2 - x - 3 = 0$  的两根,  $\therefore x_1 x_2 = -3, x_1 + x_2 = 1$

$\therefore$  原式  $= 5(x_1 + 1)(x_2 + 1) = 5(x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1) = -5$

15 (10 分) (1) 证明:  $\because DA = DB \quad \therefore \angle FBA = \angle EAC$

$\because \angle AFD = \angle BEC \quad \therefore \angle BFA = \angle AEC$

$\because$  在  $\triangle BFA$  和  $\triangle AEC$  中  $\angle AFB = \angle AEC, \angle FBA = \angle EAC, AB = AC$

$\therefore \triangle BFA \cong \triangle AEC$

$\therefore AF = CE$

(2) 解:  $\because \triangle BFA \cong \triangle AEC \therefore BF = AE$

又  $\because \angle EAF = \angle ECA, \angle FEA = \angle AEC \therefore \triangle EFA \sim \triangle EAC$

$$\therefore \frac{EA}{EC} = \frac{EF}{EA} \quad \text{即 } EA^2 = EF \cdot CE$$

又  $\because EA = BF, CE = AF \quad \therefore BF^2 = EF \cdot AF$

16 (10 分) 解: 因  $P$  的坐标为  $(k, 0)$

故  $Q$  的坐标为  $(k+2, 0), P'(k, k^2), Q'(k+2, (k+2)^2)$ ,

且直线  $OP'$ :  $y = kx$  与  $QQ'$  的交点  $R$  的纵坐标为  $k(k+2)$ . .....5 分

$$\text{于是 } S_{PP'QQ'} = \frac{1}{2} \cdot (|PP'| + |QQ'|) \cdot |PQ| = k^2 + (k+2)^2$$

$$S_{PP'QR} = \frac{1}{2} \cdot (|PP'| + |QR|) \cdot |PQ| = k^2 + k(k+2) \text{ .....10 分}$$

$$\text{依题意得: } S_{PP'QR} = \frac{1}{2} S_{PP'QQ'} \Leftrightarrow k^2 + k(k+2) = \frac{1}{2} [k^2 + (k+2)^2]$$

解得  $k = \sqrt{2}$  或  $k = -\sqrt{2}$  (舍去), 所以  $k = \sqrt{2}$  .....15 分

17 (14分)

【证明】(1) 如图, 设  $CM$  与  $BF$  交于点  $K$ ,

在  $\triangle ACM$  和  $\triangle BCF$  中,  $AC=CF$ ,  $AM=BC$ ,

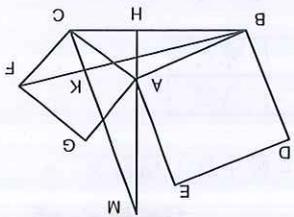
因此  $\triangle MAC \cong \triangle BCF$ , 故  $\angle ACM = \angle CFB$

所以  $\angle MKF = \angle KCF + \angle KFC = \angle KCF + \angle MCA = 90^\circ$ ,

即  $BF \perp MC$

.....6分

(II) 如图, 过  $B, C$  作  $BC$  的垂线  $BP, CQ$  分别交  $DF$  于  $P, Q$ . 在  $BC$  上取点  $R$  使得  $BR=BP$ ,



在  $\triangle BRA$  和  $\triangle BPD$  中,  $BA=BD$ ,  $\angle ABR = \angle DBP$ ,  $BR=BP$

所以  $\triangle BRA \cong \triangle BDP$

所以  $AR=DP$ ,  $\angle BAR = \angle BDP$

所以  $\angle ARC = \angle ABR + \angle BAR = \angle DBP + \angle BDP = \angle BPF = \angle CQF$

又  $AC=CF$ ,  $\angle ACR = \angle QCF$

所以  $\triangle ARC \cong \triangle FQC$

所以  $AR=QF$ , 又前面已证  $AR=DP$ ,

所以  $QF=DP$ , 又  $N$  为  $DF$  的中点

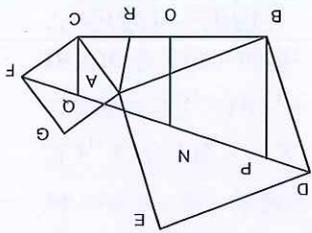
所以  $NQ=NP$ , 即  $N$  为  $PQ$  的中点

又  $O$  为  $BC$  的中点

所以  $ON \parallel BP \parallel CQ$

又  $BP \perp BC$

所以  $ON \perp BC$  且  $ON = \frac{1}{2}(BP+CQ) = \frac{1}{2}(BR+RC) = \frac{1}{2}BC$ .....14分



## 物理试题

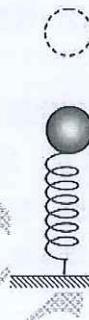
(时量：60 分钟总分：70 分)

一、选择题：本题共 5 小题，每小题 4 分，共计 20 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。选对的得 4 分，选错的得 0 分。(请将各小题的答案填入下表中)

题号	1	2	3	4	5
答案					

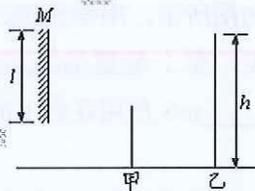
1. 如图所示，一个小球从某一高度下落，在接触轻质弹簧并压缩弹簧竖直向下运动的过程中，当小球速度达到最大时，不计空气阻力，弹簧的弹力  $F$  与小球重力  $G$  的大小关系是 ( )

- A.  $F > G$       B.  $F = G$   
C.  $F < G$       D. 以上三种情况都有可能



2. 图中  $M$  是竖直放置的平面镜，镜离地面的距离可以调节。甲、乙二人站在镜前，乙离镜的距离为甲离镜的距离的 2 倍，如图所示。二人略错开，以便甲能看到乙的像。以  $l$  表示镜的长度， $h$  表示乙的身高，为使甲能看到镜中全身像， $l$  的最小值为 ( )

- A.  $\frac{1}{3}h$       B.  $\frac{1}{2}h$       C.  $\frac{3}{4}h$       D.  $h$



3. 有一冰块先后经历了以下三个过程：

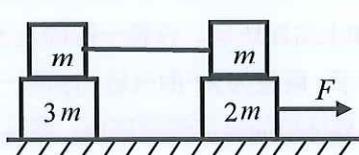
- ①  $-10^{\circ}\text{C}$  的冰到  $0^{\circ}\text{C}$  的冰，吸收热量  $Q_1$ ；  
②  $0^{\circ}\text{C}$  的冰变为  $10^{\circ}\text{C}$  的水，吸收热量  $Q_2$ ；  
③  $10^{\circ}\text{C}$  的水到  $20^{\circ}\text{C}$  的水，吸收热量  $Q_3$ 。

已知冰和水的比热容分别为  $C_{\text{冰}}$ 、 $C_{\text{水}}$ ，且  $C_{\text{冰}} < C_{\text{水}}$ ，在整个过程中总质量保持不变，则：

- A.  $Q_1 > Q_2 > Q_3$       B.  $Q_1 < Q_2 < Q_3$       C.  $Q_1 < Q_3 < Q_2$       D.  $Q_1 < Q_2 = Q_3$

4. 如图所示，水平地面上放置相同材料制成的四个木块，其中两个质量为  $m$  的木块间用不可伸长的水平轻绳相连，下面两个木块质量分别为  $2m$  和  $3m$ 。现用水平拉力  $F$  拉其中一个质量为  $2m$  的木块，使四个木块一同水平向右匀速运动，则 ( )

- A. 质量为  $3m$  的木块与地面间的摩擦力为  $F/2$   
B. 质量为  $2m$  的木块与地面间的摩擦力为  $3F/7$   
C. 轻绳对  $m$  的拉力为  $3F/7$   
D. 轻绳对  $m$  的拉力为  $F/2$



求学俊一，琢玉成器！  
JUNYI EDUCATION  
俊一教育

电话：0731-84143718 84143087  
地址：长沙市芙蓉中路一段515号三楼  
公众号：长沙俊一教育

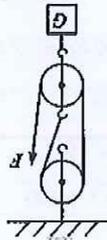
5. 某高校每天早上都派小汽车准时接刘教授上班。一次，刘教授为了早一点赶到学校，比平时提前半小时出发步行去学校，走了25分钟时遇到来接他的小汽车，他上车后小汽车立即掉头前进。设刘教授步行速度恒定为 $v$ ，小汽车来回速度大小恒定为 $n$ ，刘教授上车以及小汽车掉头时间不计，则可判断：( )

- A、刘教授将会提前10分钟到校，且 $v:n=1:5$
- B、刘教授将会提前10分钟到校，且 $v:n=1:10$
- C、刘教授将会提前5分钟到校，且 $v:n=1:5$
- D、刘教授将会提前6分钟到校，且 $v:n=1:9$

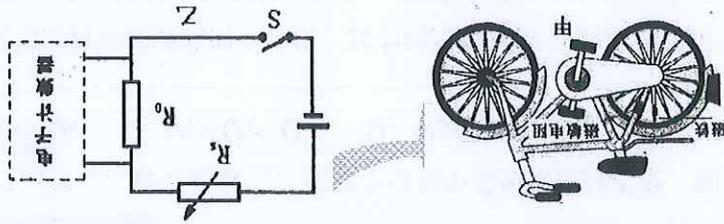
二、填空题：本题共6小题，每小题4分，共计24分。

6. 飞机、轮船运动时受到的阻力大小与运动速度的平方成正比，若飞机、轮船以速度 $v$ 匀速运动时，发动机的输出功率为 $P_0$ ，此时牵引力为 $F_1$ ；当飞机、轮船以速度 $2v$ 匀速运动时，发动机的输出功率 $P=P_0$ ；此时的牵引力 $F_2=$ \_\_\_\_\_  $F_1$ 。

7. 如图所示，用滑轮组匀速提升一个重600N的物体，若拉力的功率保持为150W，整个装置的机械效率为80%，不计摩擦和绳重，物体上升的速度 $v=$ \_\_\_\_\_ m/s，作用在绳上的拉力 $F=$ \_\_\_\_\_ N。



8. 小阳利用磁敏电阻为他的自行车设计了一个速度计，磁铁固定在自行车的辐条上，磁敏电阻固定在自行车的后架上，安装示意图如图甲，工作电路如图乙，已知电源电压为6V恒定不变。当磁铁与磁敏电阻 $R_s$ 靠得最近时阻值为 $200\Omega$ ，磁铁与磁敏电阻 $R_s$ 离得最远时阻值为 $400\Omega$ ，靠近或远离时的实际电阻在这两者之间变化；当 $R_0$ 两端电压不低于4.5V时电子计数器就能有效计数，低于4.5V就不能产生计数，车轮每转动一圈就计数一次。为保证电子计数器有效工作，电阻 $R_0$ 最小阻值为\_\_\_\_\_  $\Omega$ 。某次行驶中，小明发现5分钟恰好完整计数了300次，车轮的周长为3m，则这段时间内自行车行驶的平均速度为\_\_\_\_\_ km/h。



9. 如上右图所示，弹簧一端固定于水平面上，另一端与质量为 $m$ 的活塞连接在一起，一开口向下、质量为 $M$ 的气缸与活塞一起封闭了一定质量的气体，气缸和活塞均是热的良导体。若外界环境的温度缓慢降低，则活塞将\_\_\_\_\_；气缸将\_\_\_\_\_。(两空均选填“向上移动”、“静止不动”或“向下移动”)

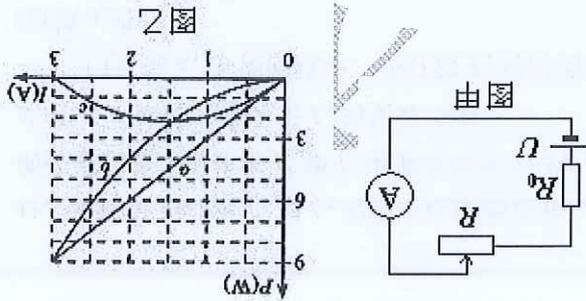


电话：0731-84143718 84143087  
地址：长沙市芙蓉中路一段515号三楼  
公众号：长沙俊一教育

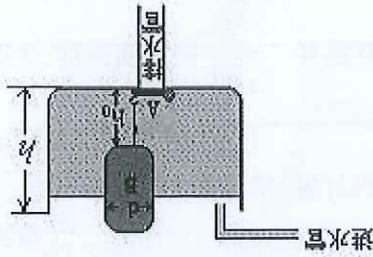
求学俊一，琢玉成器！  
JUNYI EDUCATION

13. 小明运用如图甲所示的电路“探究电源总功率  $P_U$ 、定值电阻  $R_0$  的发热功率  $P_0$  和滑动变阻器  $R$  消耗的电功率  $P_R$  随电流  $I$  变化的关系”，将得到的数据绘成图象画在了同一坐标上，如图乙中的  $a$ 、 $b$ 、 $c$  图线所示，已知电源电压  $U$  保持不变，求：

- (1) 电源电压  $U$  为多大？
- (2) 定值电阻  $R_0$  的阻值。
- (3) 当电流为  $1.5\text{A}$  时，滑动变阻器的阻值多大？（通过计算得出）



14. (10分) 一学生设计了一个公厕中的自动冲刷厕所的水箱。这种水箱能把自来水管持续供给的较小流量的水储备到一定量后，自动开启放水阀，这样就可以用较大水量冲刷便池中的污物。如图为这种水箱的结构示意图，已知水箱底为边长  $l=40\text{cm}$  的正方形， $A$  是一圆形放水阀门，其质量和厚度均可忽略不计，且恰好能将排水管道盖严，阀门的左端用活页固定在箱底的排水管口的边缘，右端通过一很小的挂钩及连杆与浮子  $B$  相连，连杆的长度  $l_0=10\text{cm}$ 。浮子  $B$  是一外部直径  $d=8\text{cm}$ 、高  $H=30\text{cm}$ 、质量  $m=0.4\text{kg}$  的空心圆柱体，水箱体高  $h=0.36\text{m}$ 。求：①为确保使用时水不会从水箱上部溢出，阀门  $A$  的面积恰为多大？②如果该水箱某次放水结束到下次开始放水的时间间隔为 20 分钟，试求自来水管的流量为多少  $\text{m}^3/\text{min}$ ？（设水箱每次放水都能将水箱中的水全部放净）



## 2018 年物理试题答案 (A1)

一、选择题：本题共 5 小题，每小题 4 分，共计 20 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。选对的得 4 分，选错的得 0 分。(请将各小题的答案填入下表中)

题号	1	2	3	4	5
答案	B	A	C	B	A

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共计 24 分。

6. 8、4

7. 0.2、250

8. 600,10.8

9. 静止不动，向下移动

10. 4.5s 0.2J

11. b 1.2W

三、实验题或计算题：本题共 3 小题，第 12 小题 8 分，第 13 小题 8 分，第 14 小题 10 分，共计 26 分。

12.  $\frac{I_2 R}{I_2 - I_1}$

忽略了温度对灯丝电阻的影响(或者电压没有达到额定电压);  
将开关 S 拨到位置 1，移动滑片 P，使  $I_1 R$  等于 3.8V。

13. 解：(1) 根据图象 a 可知  $P_U = IU \dots\dots\dots (1 \text{分})$

取一组数据可得电源电压  $U = \frac{P_U}{I} = \frac{3}{1} \text{V} \dots\dots\dots (1 \text{分})$   
 $= 3\text{V} \dots\dots\dots (1 \text{分})$

(2) 由图象 b 可知，取定值电阻  $R_0$  的电功率  $P_0 = 1\text{W}$ ，电流  $I = 1\text{A}$ ，  
由  $P_0 = I^2 R_0 \dots\dots\dots (1 \text{分})$

得： $R_0 = 1\Omega \dots\dots\dots (1 \text{分})$

(3) 由  $I = \frac{U}{R_0 + R} \dots\dots\dots (2 \text{分})$

得： $R = 1\Omega \dots\dots\dots (1 \text{分})$

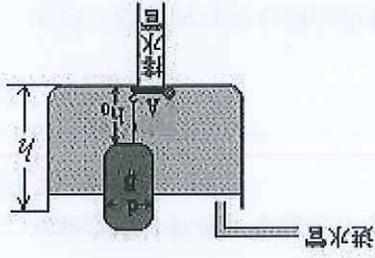
说明：若考生通过图象确定功率后再进行计算，只要计算正确均可得分。

14. 设阀门 A 的直径为  $d_1$ ，当水箱中放满水后，连杆对阀门 A 的拉力为 T，此时阀门刚好被拉开。

对浮子 B 根据平衡条件有： $mg + T = F_{\text{浮}} \dots\dots\dots (2 \text{分})$

其中  $F_{\text{浮}} = \rho g \frac{\pi}{4} d^2 (h - h_0) \dots\dots\dots (1 \text{分})$

对放水阀门 A 根据杠杆平衡条件有：



说明：如果考生没有考虑浮子 B 的排水量而求得流量  $Q=0.0029 \text{ m}^3/\text{min}$  视为正确。

$=0.0028 \text{ m}^3/\text{min}$ ..... (1分)

则流量  $\bar{Q} = \frac{V - V_B}{t}$  ..... (1分)

浮子 B 的排水量为  $V_B = \frac{\pi}{4} d^2 (h - h_0)$  ..... (1分)

(2) 一箱水的体积为： $V = l^2 h = (0.4\text{m})^2 \times 0.36\text{m} = 0.058 \text{ m}^3$  ..... (1分)

$S = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  ..... (1分)

联立以上各式可解得：

放水阀门 A 面积  $S = \frac{\pi}{4} d_1^2$

$Td_1 = \rho g h \frac{\pi}{4} d_1^2 \frac{d_1}{2}$  ..... (2分)